

Subiectul I (30 puncte)

Se consideră punctele A , B și C de afixe $a = 1 + i, b = 2 + 2i, c = 4$.

- (5 p) a) Precizați natura triunghiului ABC ;
- (10 p) b) Scrieți ecuația paralelei prin C la AB ;
- (10 p) c) Scrieți sub formă trigonometrică numărul a și arătați că $a^{40} \in \mathbb{R}$;
- (5 p) d) Scrieți ecuația locului geometric al punctelor M pentru care $MB = MC$.

Subiectul II (25 puncte)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x < 1 \\ \log_3(2 + x) & , x \geq 1 \end{cases}$

- (5 p) a) Arătați că f este bijectivă ;
- (5 p) b) Dacă g este inversa funcției f , calculați $g(2)$;
- (5 p) c) Rezolvați ecuația $1 + x + f(x) = 0$;
- (5 p) d) Arătați că funcția $h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x + f(x)$ nu este injectivă;
- (5 p) e) Determinați $n \in \mathbb{Z}$ pentru care $f(n) \leq \log_9(1 + n)$.

Subiectul III (25 puncte)

- (5 p) a) La un institut de modelare matematică a fenomenelor macroeconomice lucrează 8 cercetători (5 economiști și 3 matematicieni) . În câte feluri se poate forma un grup de lucru format din 3 cercetători pentru elaborarea unui studiu , dacă e nevoie de cel puțin un specialist din fiecare domeniu (economic – matematic) ?
- (5 p) b) Câte submulțimi cu cel mult 2 elemente are mulțimea $\{1, 5, 9, \dots, 37\}$?
- (10 p) c) Găsiți termenul care îl conține pe x^8 în dezvoltarea $(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^{20}$;
- (5 p) d) Care este probabilitatea ca alegînd un termen oarecare al dezvoltării $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{2})^{40}$ să obținem un termen rațional ?

Subiectul IV (20 puncte)

Se consideră polinomul $P(X) = X^3 - 2X^2 - X + m, m \in \mathbb{R}$.

- (4 p) a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care P se divide prin $X - 2$;
- (4 p) b) Determinați rădăcinile lui P în cazul în care $m = 2$;
- (2 p) c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

Subiectul I (30 puncte)

Se consideră punctele A , B și C de afixe $a = 4, b = 1 + i, c = 2 + 2i$.

- (5 p) a) Precizați natura triunghiului ABC ;
- (10 p) b) Scrieți ecuația paralelei prin B la AC ;
- (10 p) c) Scrieți sub formă trigonometrică numărul b și arătați că $b^{20} \in \mathbb{R}$;
- (5 p) d) Scrieți ecuația locului geometric al punctelor M pentru care $MA = MC$.

Subiectul II (25 puncte)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x < 1 \\ \log_3(2 + x) & , x \geq 1 \end{cases}$

- (5 p) a) Arătați că f este bijectivă ;
- (5 p) b) Dacă g este inversa funcției f , calculați $g(0)$;
- (5 p) c) Rezolvați ecuația $1 + x + f(x) = 0$;
- (5 p) d) Arătați că funcția $h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x + f(x)$ nu este injectivă;
- (5 p) e) Determinați $n \in \mathbb{Z}$ pentru care $f(n) \leq \log_9(1 + n)$.

Subiectul III (25 puncte)

- (5 p) a) La un institut de modelare matematică a fenomenelor macroeconomice lucrează 7 cercetători (3 economiști și 4 matematicieni) . În câte feluri se poate forma un grup de lucru format din 3 cercetători pentru elaborarea unui studiu , dacă e nevoie de cel puțin un specialist din fiecare domeniu (economic – matematic) ?
- (5 p) b) Câte submulțimi cu cel mult 2 elemente are mulțimea $\{1, 3, 5, \dots, 41\}$?
- (10 p) c) Găsiți termenul care îl conține pe x^{11} în dezvoltarea $(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})^{30}$;
- (5 p) d) Care este probabilitatea ca alegând un termen oarecare al dezvoltării $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{2})^{20}$ să obținem un termen rațional ?

Subiectul IV (20 puncte)

Se consideră polinomul $P(X) = X^3 - 3X^2 - X + m, m \in \mathbb{R}$.

- (4 p) a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care P se divide prin $X - 3$;
- (4 p) b) Determinați rădăcinile lui P în cazul în care $m = 3$;
- (2 p) c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

